

# TD 1 d'Algorithmique et structures de données

---

## Calcul de coûts en pire cas et en moyenne

Équipe pédagogique Algo SD  
Janvier MMXVIII



Soit  $T$  un tableau d'entiers. Soit  $n$  le nombre de cases de  $T$ .

### 1 Calcul du maximum dans un tableau

**Question 1** Écrire en python ou en pseudo-langage un algorithme qui calcule le maximum des éléments de  $T$ .

**Question 2** On choisit comme mesure de coût de l'algorithme le nombre de comparaisons. Donner le coût exact de votre algorithme, en fonction de  $n$ .

**Question 3** On choisit comme mesure de coût de l'algorithme le nombre d'affectations. Donner le coût en meilleur cas et le coût en pire cas de votre algorithme, en fonction de  $n$ .

**Question 4** Toujours dans le cas du nombre d'affectations, donner le coût en moyenne de votre algorithme. Pour cela nous supposons que l'entrée est une permutation aléatoire des  $n$  éléments choisie uniformément parmi toutes les permutations possibles. En particulier, le maximum a donc autant de chances de se trouver dans la première case de  $T$  que dans la deuxième, la troisième, ..., la  $n$ -ème.

**Question 5** On cherche à trouver en une seule passe le min et le max de  $T$ . Écrire une fonction résolvant le problème. On compte le nombre de conditionnelles exécutées. Quel est son coût au pire cas? Au meilleur cas? En moyenne? Pouvez-vous trouver un algorithme exécutant en moyenne  $n + O(\log(n))$  conditionnelles?

### 2 Recherche séquentielle

**Question 6** Ecrire en python ou en pseudo-langage un algorithme qui cherche un élément  $e$  dans  $T$ . L'algorithme doit renvoyer un booléen : vrai si  $e$  est présent dans  $T$ , faux sinon.

**Question 7** On choisit comme mesure de coût de l'algorithme le nombre de comparaisons. Donner le coût en meilleur cas et le coût en pire cas de votre algorithme, en fonction de  $n$ .

**Question 8** On suppose qu'on sait que  $e$  est présent dans  $T$ . Donner dans ce cas le coût en moyenne de votre algorithme, sous hypothèse d'équirépartition des données.

**Question 9** On relâche l'hypothèse précédente. La probabilité que  $e$  soit présent dans le tableau est notée  $\alpha$ . Donner dans ce cas le coût en moyenne de votre algorithme, toujours sous hypothèse d'équirépartition des données.

### 3 Recherche dichotomique

On suppose maintenant que  $T$  est trié par ordre croissant.

**Question 10** Ecrire en python ou en pseudo-langage un algorithme qui cherche un élément  $e$  dans  $T$  par dichotomie. L'algorithme doit renvoyer un booléen : vrai si  $e$  est présent dans  $T$ , faux sinon.

**Question 11** On choisit comme mesure de coût de l'algorithme le nombre de comparaisons. Donner le coût en meilleur cas et le coût en pire cas de votre algorithme, en fonction de  $n$ .

**Question 12** On suppose qu'on sait que  $e$  est présent dans  $T$ . Donner le coût en moyenne de votre algorithme, sous hypothèse d'équirépartition des données. Pour simplifier le raisonnement, on peut supposer que  $n$  est un  $2^k - 1$ .